仓库拣货的路径优化问题

摘要

随着网上购物的不断发展，各大电商开始建造自己的货物仓库，订单出库分为定位、组单、拣货、复核和打包五个流程，为了使得所有订单能够尽快出库，我们需要建立数学模型，对拣货员的拣货路径进行优化。

**针对货格与复核台不同元素的距离计算方法设计，**仓库内的元素之间分为货格之间、货格与复核台以及复核台之间总共三种，而元素之间的排列位置关系也有同排同列、同排不同列、不同排同列、不同排不同列共四种。我们对不同元素关系和不同位置关系进行分类分析，当两个元素处于同排的关系，由于需要进行障碍物的绕行，所以不能直接使用曼哈顿距离进行计算，需要计算货架的边缘点，进行计算。其余不需要绕行的情况，可以使用曼哈顿距离进行计算，最终可以得到一个3014\*3014的距离矩阵。

**针对一个任务单的最短拣货路径优化，**问题二中的拣货员从复核台FH10出发，计算最优的拣货路线，由于任务单上的商品件数与复核打包时间确定，所以出库时间只由拣货员的路程时间确定。货格到各个复核台有固定距离，对于货格有最优的复核台选择，我们把拣货员的终点从复核台转移至货格进行计算，把任务单上的所有货格都作为最后一个站点元素进行计算，固定了路线起点和终点，之后运用遗传算法进行计算，对所有以货格为路线终点的路程距离加上货格到达最佳复核台的距离进行排序，选择路程距离最短的路线，作为拣货员的最佳路线，所需出库时间为451.13s。

**针对多任务单的最短拣货路径优化，**任务单的数量增加，但是复核台的数量减少为两个。并且因为任务单所需时间远大于复核打包时间，所有不需要考虑等待时间。当起点和终点固定时可以使用问题二的模型计算最短路径，并且由于一个任务单的拣货路线因起点和终点不同的情况只有3个。我们可以对5个任务单进行遍历，得到其中拣货总路线中路程距离最小的一条路线，可以得到最短拣货时间，加上最后一次的复核打包时间，出库总时间最小为2255s。因为只有一个拣货员，所以任务的先后顺序对于总出库时间没有影响，为了使顾客的订单能够尽快地出库，我们对任务单平均所需的最短拣货时间进行排序，按照从小到大的顺序进行排序，使得顾客等待时间减少。

**针对多任务单多拣货员的拣货路径优化，**相比于第三问，复核台的数量增加为4个，拣货员的人数也增加为9个。拣货员多于复核台，等待复核台的情况有较大可能发生。为了简化模型的计算同时贴近实际，我们规定拣货员只有在拣货任务完成时，才会判断复核台的情况，之前按照所有起点终点情况下最佳路线前进。同时把49个任务单按照平均所需最短的拣货时间进行从小到大的排序，拣货员依次领取任务单完成。每个人的工作时间由拣货时间和等待时间组成，取九个工人中工作时间最长的总工作时间作为完成所有拣货任务单的时间点，加上复核打包时间，最后的出库总时间为2718.733s

**针对增添复核台对出库总时间的影响评估，**为了简化计算，我们选择距离原有复核台较近的两个复核台FH02和FH11与较远的一个复核台FH08进行分析。可以计算得到新添复核台的位置对于出库总时间的影响，新添一个较远的复核台对降低出库总时间的帮助比新添一个较近的复核台大，新添较远复核台的利用率相比于较近复核台利用率也要高。

**针对仓库商品摆放提出建议，**为了减少拣货员的行走距离，同时也要避免拣货员在拥挤在同一个货架前，需要改变仓库商品的摆放方式。我们通过商品在任务单中出现的频率，计算出商品的畅销程度，再通过货架中部的货格到各个复核台的平均距离，进行排序，最畅销商品放在最离复核台最近的货架，并按顺序依次放置商品

关键词： 曼哈顿距离 遗传算法 工作时间 路径优化

一、问题重述

1.1 问题背景

随着技术的发展，机器人替代了很多原本需要人力操作的事情，大大节约了人力成本。由于机器人得迅速发展，路径规划问题也变成如今的热门问题。路径规划是一个机器人需要知道起点与终点位置，并且在一定的约束下，合理地规避空间中出现的障碍遮挡物，顺利到达终点的任务。

对机器人存在的空间进行栅格化，机器人每次只能够行进到相邻的栅格，允许对角线间的行走。在栅格空间中置放了很多障碍物，机器人需要规避开障碍物行进到规定的终点。

1.2 问题提出

问题一：给出栅格空间中明确的出发点(S)和终点(D),并在栅格中放置黑色的障碍物，这些障碍物的具体位置机器人在出发之前已经知晓，即机器人在出发前知道栅格地图的全貌信息。**问题一**中分两种情况，第一种情况是障碍物是规则的，即障碍物占栅格空间中完整的栅格数目，机器人需要经过合理的路径规划，避开障碍物以最优的行进路线从出发点到终点；第二种情况是障碍物是不规则的，即障碍物随机分布在栅格地图中，可能呈椭圆，也可能呈三角形，当每个栅格中障碍物的区域面积大于50%，则机器人无法行进至改栅格，反之，机器人可以行进至该栅格。机器人需要通过合理的算法，实现从起点到终点的最优行进路线。

问题二：跟**问题一**类似，同样给出了栅格空间内的出发点(S)和终点(D)，还有黑色的障碍物，但这些障碍物的具体位置机器人在出发前并不知晓，即机器人在出发前不知晓栅格地图的全貌，和问题一的区别在于机器人知道的信息是有限的，它并不了解障碍遮挡物背后的情况。**问题二**也分两种情况，其一是规则的障碍物，机器人需要通过合理地规划，建立数学模型，找到机器人最优的行进路线；其二是不规则的障碍物，当障碍物占单一栅格面积的区域不到50%，则机器人可以行进到该栅格，反之不行。题目要求我们需要建立合适的数学模型，找到这种情况下最好的行进路线。

二、问题分析

2.1 问题一的分析

问题一需要设计一个计算机器人最优行进路线的算法。在问题一的背景，机器人在出发前已知晓栅格地图的全貌条件下，我们先考虑问题一中第一种规则障碍物的情况。我们用机器人在随机生成的规则障碍物栅格地图下，从起点到终点所需的步数来衡量算法的好坏，即机器人从起始点到终点所需的步数越少，算法越好。因此我们建立了最优行进路线模型。考虑到机器人在相邻间栅格移动和对角间栅格移动所需要的步数相同，因此我们认为它每移动一个栅格所需要的时间相同。我们算法记录了每个栅格的最短时间，即机器人从起点出发到每一个栅格所需要的最短时间，以此结果从终点倒推就可以得到最优的行进路线。问题一的第二种不规则障碍物的情况，我们考虑到机器人在出发前知晓栅格地图，因此将所有栅格中的不规则障碍物占据每个栅格的面积在MATLAB中与它们所占的栅格总面积进行像素之间对比，从而得到每个栅格中不规则障碍物所占的面积比例，利用问题一的要求，当障碍物面积所占比例不超过50%，则机器人可行进到该栅格的原则，对这些计算好比例的栅格进行归一化处理，将不规则障碍物的栅格图转化为规则障碍物的栅格图，并将这幅图的信息告知移动机器人，移动机器人便可以直接运用第一种情况的最优行进路线模型算法对每个栅格的最短时间进行计算，同样通过倒推的方法，找出从起点到终点的最优行进路线。

2.2 问题二的分析

问题二考虑的是移动机器人在出发前并不知晓全部栅格地图信息的背景条件下，如何通过模型来计算得到移动机器人从起点到终点的最优行进路线。在问题二中对于行进路线的最优解是在移动机器人在成功规避障碍物的同时能够尽量使用较少的现实代价走到终点。因为问题二中移动机器人在出发之前并不知道整个栅格地图中障碍物的分布情况因此，只能通过眼前的障碍物对藏于后面的障碍物做一个较为准确的判断，使之尽量减少代价，这也是为什么问题二中的判断最优路径的依据并不是现实代价的大小，而是规避障碍物的成功率。问题二中也存在两种情况，规则与不规则障碍物唯一存在区别的地方是在于可行域扫描范围模型的建立。在规则障碍物情况下，要建立移动机器人可行域扫描模型，利用机器人自身所处位置的信息，以及可行域扫描的模型，来获取移动机器人所能得到的信息，并通过路径规划模型对其下一步做出判断与选择。不规则障碍物的情况下，可行域扫描模型与第一种情况有所不同，第一种情况，移动机器人可以通过模型和算法直接判断区域是否能够通行，但是第二种情况下，移动机器人没办法根据单一的信息量知晓默写栅格是否能够通行，因此我们改善了可行域扫描的模型（缺少第二种情况下可行域扫描的内容）。

三、模型假设

1.假设移动机器人行进一格所需要的时间是一样。

2.假设移动机器人行走在大小为的栅格地图中。

3.假设拣货员完成任务单到达复核台时，从该复核台领取下一个任务单。

4.假设复核台是对任务订单进行复核与打包，拣货员只有当拣货车与任务单被复核台接受时，才能领取下一个任务单。

四、符号说明

|  |  |
| --- | --- |
| 符号 | 符号意义 |
|  | 表示两个元素之间的距离 |
|  | 表示拣货点与货格之间的距离 |
|  | 表示一个任务单的拣货路程距离总和 |
|  | 表示是否从第个元素移动至第个元素 |
|  | 表示第个元素与第个元素之间的距离 |
|  | 表示复核台的利用率 |
|  | 表示第个元素到最近的复核台的距离 |
|  | 表示出库所需的时间 |
|  | 表示拣货路程所需的时间 |
|  | 表示下货所需的时间 |
|  | 表示复核打包所需的时间 |
|  | 表示复核台的空闲时间 |
|  | 表示多个任务单的拣货总路程 |
|  | 表示拣货路线与下货所需的总和时间 |
|  | 表示商品的畅销程度 |
|  | 表示经过拣货员判断之后的修订距离 |
|  | 表示拣货员的总工作时间 |

注：未列出符号及重复的符号以出现处为准

五、模型的建立与求解

5.1问题一的模型建立与求解

5.1.1 规则障碍物情况

问题一要求我们给出一般情况下移动机器人的行进路线模型与相应的求解算法。一般情况是指建立的行进路线模型可以适用于栅格内规则障碍物任意摆放的情况，即建立的模型不是仅仅满足于个别几种情况下的规则障碍物模型，而是能适应所有情况的泛化模型。因此模型的建立不能基于任何的特殊值，不能依赖任何的特殊参照物。同时，对应的模型求解算法也不能建立在某些特殊情况下，应该要确保在随机算法任意生成规则障碍物下，都能给出行进路线最优化的解。

5.1.1.1 最优行进路线模型的工作原理

问题中并没有说明移动机器人所在的栅格地图的大小尺寸，因此我们假设栅格地图的尺寸参数为，具体栅格地图大小可以根据实际的应用在算法中对参数进行调整。在问题一背景下，机器人事先知晓栅格地图的所有信息，因此移动机器人在行动之前已经获取到了通过模型计算所得到的最优路径。

图1 未添加障碍物的栅格地图 图2 随机添加障碍物的栅格地图

移动机器人在栅格地图中移动，对应的会产生当前所在的栅格相对于起点(S)和终点(D)的代价,移动机器人当前所处的位置相对于起点的代价就是其到达目前位置所走过的步数，本题中称之为现实代价，相对于终点的代价称之为理想代价，即栅格地图存在障碍物的情况下，移动机器人到达终点需要的步数。最优行进路线模型的根本工作原理就是利用广度优先搜索算法找出从起点到达终点的最小现实代价。因为移动机器人本身允许在对角间移动，因此以终点(D)为其中一个顶点所辐射出去的矩形，其不毗邻栅格地图边界线上的点的理想代价相同。

5.1.1.2 最优行进路线的优化模型

1)目标函数的确定

对于移动机器人最优行进线路而言，最优的路径一定是所需步数最少的路径模型，即现实代价最小。在移动步数与时间关系的假设下，我们可以知道最优路径是移动机器人在规则障碍物的干扰下，从起点到终点所需要的最短时间。因此我们建立目标函数：

*T*表示移动机器人沿任意路径从起点到终点所需要的时间

2)方案设定

*Step1*.首先为了考虑移动机器人行进路径，将整个栅格地图看作一个直角坐标系，其中起点坐标为，终点坐标为。我们设为栅格相对于起点的现实代价

图3 直角坐标系栅格地图 图4 栅格现实代价演示图

*Step2.*移动机器人在规划最优行进线路是根据代价来进行选择的，因此在规划线路时，可以通过上一个栅格的现实代价来获取这一栅格周围的栅格的现实代价

其中是现实代价为栅格的周围栅格的现实代价。

*Step3.*在计算每个栅格的现实代价时会有多个值的出现，因为每一个栅格周围存在多个栅格，由不同的栅格推导到同一个栅格的值是不一样的，因此我们在对取值时需要对其做处理。由于题目要求我们找出最优的行进路径，因此我们假设。

其中是栅格所接受到的所有现实代价的最小值。

*Step4.*从起点出发对地图中的所有栅格进行最小现实代价的计算，并通过终点的现实代价找到代价呈逐一递减的路径。这就是所要求得的最优行进路径，也就是从起点到终点，移动机器人所需要的。

图5 辐射模型栅格地图

5.1.1.3 最优行进路线模型的算法求解

求解模型的前提是需要给定可靠的数据，通过电脑随机生成规则的障碍物栅格地图和算法，在数学模型的基础上建立合理的算法

*Step1*.定义栅格地图中所有栅格的现实代价为，对它们进行赋初值操作，方便后续的比较和求解最小现实代价，初值类似于无穷大，在具体算法中体现为永远不会达到的现实代价。

*Step2*.通过搜索算法，求解从起点开始的每个栅格的最小现实代价。当算法计算出某个栅格的现实代价后，用算法求解出其周围相邻栅格的现实代价，并在算法中记录，当

记录的栅格的现实代价小于该栅格原先所具备的现实代价时，则运用优先序列的方法将更小的现实代价赋给该栅格，利用这样的搜索方法，可以得到整幅地图所有栅格最小现实代价。

*Step3*.利用*Step2*中求解得到的栅格图的最小现实代价，找到从终点开始逐一递减的最小现实代价路径，该路径即为所求。

5.1.2 规则障碍物模型的结果

通过计算机随机产生两种不同规则障碍物摆放的栅格地图，将这些地图的具体参数分别带入模型之中，利用C编程求解(代码文件，详见)，得到的结果栅格示意图如下所示：

图6 最优路径结果示意1 图7 最优路径结果示意2

5.1.3 不规则障碍物情况

问题一的第二种情况是关于不规则障碍物栅格图的最优路径求解问题，本情况的背景信息与第一种规则障碍物的一样，其不用之处在于不规则障碍物并不会占据完整的栅格，当某一栅格中的不规则障碍物所占据的面积大于50%，则默认该栅格移动机器人不能通过，反之，可以通过。本情况我们也以栅格地图尺寸参数为为例，求解，若实际情况需要更大范围的栅格地图，则可以根据具体情况修改栅格地图信息即可。

5.1.3.1 不规则障碍物情况下最优路线模型的工作原理

尽管不规则障碍物与规则障碍物存在差异，但其关于最佳路径求解的本质工作原理是一样的，唯一有所不同的是一个是规则的，另一个是不规则的。由于本问在移动机器人出发之前已知晓全栅格地图信息，因此我们考虑通过合理的数学模型将不规则的图形转化为规则的障碍物或允许通行的栅格，再利用第一种规则障碍物的求解方法，对这一种情况进行求解。

5.1.3.2 不规则情况下行进路线的优化模型与算法求解

*Step1.*建立转换模型。我们采用像素格来微分所有的不规则障碍物，将其量化为各个相同大小的矩形方块，设每个像素矩形块面积大小为。设每个栅格中这些不规则障碍物像素块的总面积为S，则有

设，每个栅格的面积为*W*，当每个栅格中，这些不规则障碍物的像素块的总面积大于栅格的总面积的一半,

则将改栅格定义为障碍物，反之，则定义该栅格可以通行。

图8 不规则障碍物转化图

*Step2.*算法求解。在进行路径规划之前，将不规则障碍物的颜色渲染成与栅格图中网格线不一样的颜色，并通过*RGB*颜色的差异，对这些不规则的障碍物进行识别，得到每个栅格中像素块的面积，之后利用规则障碍物情况下的算法进行求解。

5.1.4 不规则障碍物模型的结果

通过计算机随机生成的不规则障碍物栅格图，使用MATLAB编程提取不规则障碍物栅格图信息，并将其转化为规则障碍物的信息，将这些具体参数信息带入第一种情况的代码中求解，得到的结果栅格示意图如下：

图9 不规则障碍物结果示意图

5.1.5最优路径模型的实用性

从结果上来看，模型针对于规则障碍物和不规则障碍物情况下所设计的路径线路均符合实际情况，并且其中并没有绕弯路，路径设计得也较为合理。栅格地图中显示的关于现实代价的具体值没有错误。这也进一步验证了该路径线路模型的合理性与普适性。

5.2问题二的模型建立与求解

图10 移动机器人运动示意图

5.2.1 规则障碍物的情况

问题二要求我们给出移动机器人在随机生成障碍物的栅格地图中从起点抵达终点的最优路径线路。本问我们与问题一模型一样，以的栅格地图进行分析，地图参数可以根据实际情况对大小参数进行修改以满足具体要求。这里的随机障碍物生成表示的就是一般情况，并不是可以根据特殊的障碍物位置和特定的情况来对该情况进行建模，我们需要考虑一般化也就是泛化的模型来囊括所有结果对其进行求解。由图10所示，我们将问题二的机器人行进路线问题简化为了可行域扫描问题与具体路径规划问题。因此需要建立两个数学模型来得到机器人的最优行进路线。

5.2.1.1 规则障碍物路径系统的工作原理

规则障碍物的最优路径系统主要由两部分组成，即为可行域扫描模型和路径规划模型。移动机器人每次的行进路线都需要经过可行域扫描模型和路径规划模型的联动来实现。因此首先需要明确这两个模型的工作原理和定量化描述分析。

1)可行域扫描模型的工作原理

在整个移动机器人行进过程中，可行域扫描需要持续进行，即每当移动机器人移动任意一步后，可行域扫描模型都需要启动，对现在移动机器人所处位置的周围环境进行扫描。因为移动机器人在栅格地图中是需要移动的，并且该栅格地图中存在着障碍物，当移动机器人位于不同的栅格时，其所能看见的地图信息是不一样的，可行域扫描模型的情况也是不同的，通过可行域扫描实时更新出的线路情况同样不一样，而这些都会影响路径规划模型做出最优路径选择的判断，因此实时的可行域扫描是必要的。

在整个可行域扫描的过程中需要对不同的栅格进行判断，有不可通行状态和可通行状态，顾名思义，这些状态信息对应于任意一个可扫描到的栅格。

设每个栅格的状态是，并对每个可以通过当前移动机器人位置扫描到的栅格的状态进行赋值：

其中，当栅格处于-1状态时，表示该栅格存在障碍物，不可通行；当栅格处于1状态时，表示该栅格不存在障碍物，可通行。

2)路径规划模型的工作原理

5.2.1.2 可行域扫描模型

1)目标函数的确定

对于可行域扫描模型而言，其所能得到的目标函数就是在移动机器人当前所处位置所能观察到的每个栅格的信息，它表示了每个栅格各自的状态信息。

2)初始方案的策划

*Step1*.定义可行域扫描的区间范围。在机器人所处位置的栅格与目标栅格E的各自任意一条边上，分别存在两点A,B和C,D,点A和点C相连，点B和点D相连，当两条线段AB和CD互不相交，则认为移动机器人在所处的栅格处可以看到目标栅格E。

图11 可行域扫描区间示意图

*Step2*.定义特殊情况下的可行域扫描范围。根据题目要求，移动机器人可以在对角线之间通行，因此，存在着移动机器人对于障碍物夹着的对角线之间的可行域扫描范围定义。如图12所示，M,N是存在障碍物的栅格，X,Y是可以行进的栅格，当移动机器人位于X位置时，按照题目要求，机器人可以直接行进到Y栅格，但这种行进情况的可行域扫描不满足*Step1*中的规定.因此我们特别地，在这种特殊情况下认为处于X位置的移动机器人能够扫描到Y栅格的信息，但也仅限于Y栅格位置，机器人无法知晓Y栅格周围O,P,Q栅格的具体情况，即无法判断O,P,Q栅格的状态。

图12 特殊情况可行域示意图

5.2.1.3 路径规划的基本模型

。

5.2.1.4 路径规划模型的算法

5.2.1.3 规则障碍物路径规划的结果

六 模型的评价和改进方向

6.1 模型的优点分析

1.在第四问的模型中，我们从拣货员的角度来考虑路线的判断，简化了模型，也贴近生活实际。

2.在第五问的模型中，我们从复核台在仓库中的方位角度考虑问题，选出了三个具有代表性的复核台，T0002,T0008,T0011,我们分别对其进行了分析讨论，既具有一定的代表性，能得出准确的结果，又大大简便了计算的复杂度。

3.在第二问中，我们采用了遗传算法，模拟生物进化，具有很好的收敛性，计算时间少，鲁棒性高等优点。

4.第一问中，充分考虑了元素之间存在的各种位置情况与各种元素关系，从而较为清晰地得出了各个元素之间的距离。

6.2 模型的缺点分析

1.遗传算法容易出现过早收敛的情况，导致计算结果不是最优解。

2.在第四问中模型的模型假设，虽然与实际较为贴合，但是不能达到全局最优化的结果，距离最优路径仍然有一定的差距。

6.3 模型的改进方向

1.在问题5中，可以再建立有关出库总时间影响程度与新添复核台位置的函数关系，更好地描述新添复核台的位置对于出库总时间的影响。

2.在问题6中，可以构建一个优化方程，使得拣货员所需的行走距离最短的同时，畅销商品所在的货架也不会过于拥挤。

七 模型的推广

本文提出的优化模型不单单可以运用在对拣货员的调度，在未来人工智能和机器人的时代，可以对本文提出的模型进一步的优化，从而使机器人的调度更加完美，如亚马逊最新的仓库机器人，不仅节省了人力，同时也大大提高了工作的效率。

八 参考文献

[1]席裕庚,柴天佑,恽为民.遗传算法综述[J].控制理论与应用,1996(06):697-708.

[2]李炜文. 自动化立体仓库AGV路径规划研究[D].吉林大学,2020.

[3]郑斌,林钦.基于遗传算法的仓储管理优化研究[J].普洱学院学报,2020,36(03):42-45.

[4]王晟旭,皇甫遥遥.基于猫群算法的人工拣选作业路径优化研究[J].中国储运,2020(03):116-119.

[5]杜星锐.电商仓库拣选作业优化研究[J].中国物流与采购,2020(04):49.

附录